



ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ - ΕΠΑ.Λ.

ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΕΣ ΛΥΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

A1. Σχολικό βιβλίο σελίδα 65

A2. Σχολικό βιβλίο σελίδα 87

A3. Σχολικό βιβλίο σελίδα 27

A4.

α) Λάθος

β) Σωστό

γ) Σωστό

δ) Λάθος

ε) Σωστό

ΘΕΜΑ Β

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x + 1, x \in \mathbb{R}$$

$$B_1. f'(x) = \frac{1}{3} \cdot 3x^2 - 2x - 3 = x^2 - 2x - 3, x \in \mathbb{R}$$

$$B_2. f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$\Delta = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3) = 4 + 12 = 16$$

$$x_{1,2} = \frac{2 \pm 4}{2} \begin{matrix} 3 \\ -1 \end{matrix}$$

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$
f'		+	-	+
f		↗	↘	↗
		ΤΜ	ΤΕ	

Η f είναι γνησίως αύξουσα στο $(-\infty, -1]$

Η f είναι γνησίως φθίνουσα στο $[-1, 3]$

Η f είναι γνησίως αύξουσα στο $[3, +\infty)$

Η f παρουσιάζει τοπικό μέγιστο για $x = -1$ το ~~8/3~~

$$\begin{aligned} B_1. f(-1) &= \frac{1}{3}(-1)^3 - (-1)^2 - 3(-1) + 1 = \frac{1}{3}(-1) - 1 + 3 + 1 = -\frac{1}{3} + 3 \\ &= -\frac{1}{3} + \frac{9}{3} = \frac{8}{3} \end{aligned}$$

Η f παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο για $x = 3$ το

$$f(3) = \frac{1}{3} \cdot 3^3 - 3^2 - 3 \cdot 3 + 1 = \frac{1}{3} \cdot 27 - 9 - 9 + 1 = 9 - 9 - 9 + 1 = -8.$$

B3. Η εξίσωση της εφαπτομένης της Cf στο $A(0, f(0))$

είναι της μορφής $y = ax + b$ με $a = f'(0) = 0^2 - 2 \cdot 0 - 3 = -3$

$$f(0) = \frac{1}{3} \cdot 0^3 - 0^2 - 3 \cdot 0 + 1 = 1$$

Το $A(0, 1)$ ανήκει στην εφαπτομένη οπότε για $x = 0, y = 1$:

$$1 = -3 \cdot 0 + b \Leftrightarrow b = 1 \quad \text{Άρα } y = -3x + 1$$

$$B4. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{f'(x)}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2-2x-3}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(x-3)}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -1} (x-3) = -1-3 = -4$$

ΘΕΜΑ Γ

4, 5, 4, κ, 0, 3, 7 κ φυσικός.

$$\Gamma_1. \bar{x} = 4 \Leftrightarrow \frac{4+5+4+\kappa+0+3+7}{7} = 4 \Leftrightarrow 23+\kappa = 28 \Leftrightarrow \kappa = 28-23 \Leftrightarrow \kappa = 5.$$

$\Gamma_2.$ Για $\kappa=5$:

4, 5, 4, 5, 0, 3, 7

σε αύφαιδα σειρά: 0, 3, 4, 4, 5, 5, 7

$v = 7$ περιττός $\delta = 4$.

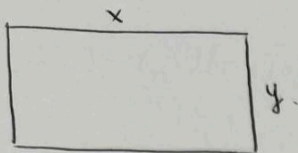
$$\Gamma_3. s^2 = \frac{\sum_{i=1}^7 (x_i - \bar{x})^2}{v} = \frac{(4-4)^2 \cdot 2 + (5-4)^2 \cdot 2 + (0-4)^2 + (3-4)^2 + (7-4)^2}{7} \Leftrightarrow s^2 = \frac{2+16+1+9}{7} = \frac{28}{7} = 4$$

$$\Gamma_4. s = \sqrt{s^2} = \sqrt{4} = 2$$

$$CV = \frac{s}{\bar{x}} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} = 0,5 \quad \text{ή} \quad CV = 50\% > 10\%.$$

άρα το δείγμα δεν είναι ομοιογενές.

ΘΕΜΑ Δ



$$\Delta_1. \epsilon = x \cdot y \Leftrightarrow x \cdot y = 100 \Leftrightarrow y = \frac{100}{x}$$

$$\Pi = 2x + 2y \Rightarrow$$

$$\Pi(x) = 2x + 2 \cdot \frac{100}{x} \Rightarrow$$

$$\Pi(x) = 2x + \frac{200}{x} \quad \text{πρέπει } x > 0 \text{ και } y > 0 \Rightarrow$$

$$\frac{100}{x} > 0 \Rightarrow$$

$$100 > 0 \quad \text{ισχύει}$$

Άρα $x > 0$.

$\Delta_2.$

$$\Pi(x) = 2x + \frac{200}{x}, \quad x > 0.$$

$$\Pi'(x) = 2 - \frac{200}{x^2}, \quad x > 0$$

$$\Pi'(x) = 0 \Leftrightarrow 2 - \frac{200}{x^2} = 0 \Leftrightarrow 2 = \frac{200}{x^2} \Leftrightarrow x^2 = 100 \stackrel{x > 0}{\Leftrightarrow} x = 10.$$

x	0	10	$+\infty$
Π'		-	+
Π		↘	↗
		ϵ	

Η $\Pi(x)$ είναι γνησίως φθίνουσα στο $(0, 10]$ και γνησίως αύξουσα στο $[10, +\infty)$

Η $\Pi(x)$ παρουσιάζει ελάχιστο για $x = 10$, οπότε για $x = 10$:

$$y = \frac{100}{x} = \frac{100}{10} = 10$$

Άρα $x = y = 10$ οπότε το αρθρογώνιο είναι τετράγωνο.

